КРИТИЧЕСКИЕ ФЛУКТУАЦИИ И РЕНОРМАЛИЗАЦИОННАЯ ГРУППА

А. И. СОКОЛОВ

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В.И. Ульянова (Ленина)

CRITICAL FLUCTUATIONS AND RENORMALIZATION GROUP

A. I. SOKOLOV

Near the critical point matter behaves as a strongly fluctuating nonlinear system. The renormalization group approach, developed initially in quantum field theory, enables us to understand the nature of the critical behavior and to obtain high-precision quantitative estimates for critical exponents and other universal quantities.

Вблизи критической точки вещество ведет себя как сильно флуктуирующая нелинейная система. Метод ренормализационной группы, первоначально разработанный в квантовой теории поля, позволяет воссоздать физическую картину критического поведения и рассчитать с высокой точностью его универсальные количественные характеристики.

www.issep.rssi.ru

ВВЕДЕНИЕ

Все вещества при изменении температуры, давления и других внешних параметров испытывают фазовые переходы. Новая фаза возникает либо в виде зародышей, скажем пузырьков пара в воде, либо сразу во всем объеме, полностью заменяя собой старую фазу. Фазовые переходы, идущие по первому сценарию, то есть путем постепенного увеличения объема новой фазы в массиве старой, называют переходами I рода. Фазовые превращения, при которых сосуществование двух фаз исключено, носят название переходов II рода или непрерывных фазовых переходов. Точка на диаграмме состояний, где происходит фазовый переход II рода, называется критической точкой или точкой Кюри; соответствующая ей температура обозначается T_C.

На атомном уровне фазовый переход представляет собой сложное явление, порождаемое конкуренцией двух факторов: межатомного взаимодействия той или иной природы, способствующего образованию упорядоченной фазы, и теплового движения, стремящегося разрушить этот порядок. Рассмотрим, например, фазовый переход из парамагнитного состояния в ферромагнитное. Ферромагнетизм обусловлен упорядочением собственных магнитных моментов (спинов) электронов атомов кристалла. Между спинами существует специфическое взаимодействие, называемое обменным, которое стремится выстроить их параллельно друг другу. Выше T_C интенсивность теплового движения достаточна для того, чтобы разупорядочить спиновую подсистему, так что кристалл находится в парафазе. С понижением температуры энергия тепловых флуктуаций падает, и при $T < T_C$ превалирует уже обменное взаимодействие – кристалл приобретает намагниченность.

При фазовом переходе II рода намагниченность возникает спонтанно сразу во всем образце, имеющем макроскопические размеры. Это значит, что по мере приближения к T_C между спинами формируется некоторое эффективное взаимодействие, которое позволяет им чувствовать взаимную ориентацию, находясь на огромных по атомным масштабам расстояниях друг от друга. Поскольку эти расстояния на много порядков превышают радиус действия обменных сил, примерно равный постоянной решетки (0,2–0,4 нм), ясно, что в организации эффективного взаимодействия между спинами участвует множество других спинов. А это значит, что фазовый переход II рода представляет собой коллективное (или кооперативное) явление.

Вблизи точки Кюри вещество обладает очень высокой восприимчивостью. Это легко понять, учитывая, что в самой критической точке система спонтанно переходит из одной фазы в другую. В ней, как говорят, возникает отличный от нуля параметр порядка. Следовательно, начальная (неупорядоченная) фаза здесь теряет устойчивость. При подходе к T_C, очевидно, запас устойчивости этой фазы должен становиться сколь угодно малым, и даже очень слабое внешнее поле должно сильно влиять на состояние системы. Так, в ферромагнетике магнитное поле создает аномально большую намагниченность в окрестности точки Кюри T_C, причем тем большую, чем ближе к T_C мы находимся. Это соответствует наличию высокой и неограниченно растущей при $T \longrightarrow T_C$ магнитной восприимчивости.

Высокая восприимчивость придает поведению системы две очень важные черты: она делает его подверженным сильным флуктуациям и существенно нелинейным. Чтобы понять это, рассмотрим динамику намагниченности $\mathbf{m}$ при температурах чуть выше T_C. Будучи степенью свободы кристалла, нагретого до конечной температуры, каждая компонента вектора $\mathbf{m}$ участвует в тепловом движении (флуктуирует). Поскольку кристалл находится в парамагнитной фазе, возникновение ненулевых значений m ведет к росту его энергии. Для малых по модулю $\mathbf{m}$ соответствующее приращение энергии ΔF должно совпадать с первым неисчезающим членом своего разложения по степеням скаляра m^2: $\Delta F = a\mathbf{m}^2 = a(m_x^2 + m_y^2 + m_z^2)$, $a > 0$. При $T \longrightarrow T_C$ парафаза теряет устойчивость, то есть коэффициент $a \longrightarrow 0$, и, значит, вблизи T_C он аномально мал. Средняя же энергия тепловых флуктуаций, приходящаяся на одну степень свободы, равна kT, где k – постоянная Больцмана. Отсюда следует, что средний квадрат флуктуаций намагниченности, пропорциональный kT/a, неограниченно растет при подходе к T_C. Такие аномально сильные флуктуации параметра порядка, характерные для фазовых переходов II рода, называются критическими.

В описанной ситуации динамика намагниченности, как и любой другой сильно флуктуирующей величины, будет нелинейной. Проще всего это понять, вспомнив, что вектор $\mathbf{m}$ ограничен по модулю намагниченностью насыщения m_s, которой отвечает выстраивание всех спинов в одном и том же направлении. Следовательно, линейная зависимость, связывающая намагниченность и магнитное поле при $m \ll m_s$, неизбежно сменится нелинейной по мере роста m. При этом вблизи T_C, как мы знаем, большие значения m и соответственно нелинейный режим будут достигаться уже в весьма слабых внешних полях.

Итак, вещество вблизи критической точки есть сильно флуктуирующая нелинейная система, структурные элементы которой эффективно взаимодействуют друг с другом. Это взаимодействие носит коллективный характер и имеет аномально большой радиус. Очевидно, что построение теории критического поведения представляет собой трудную задачу. Как оказалось, она тесно связана с задачами квантовой теории поля, гидродинамики и физики неупорядоченных систем, то есть носит весьма общий характер. Это делает проблему фазовых переходов II рода одной из центральных в теоретической физике.

За последние полвека было предпринято множество попыток взять эту вершину, но она осталась непокоренной – точное решение задачи о критическом поведении трехмерных систем до сих пор не найдено. Однако потраченные усилия не пропали даром. Сегодня мы хорошо понимаем физику критических явлений и умеем вычислять хотя и приближенно, но с очень высокой точностью основные параметры, характеризующие фазовый переход. Радикальным прогрессом, достигнутым в последние десятилетия, теория фазовых переходов в большой мере обязана методу ренормализационной группы. Этот метод, зародившийся первоначально в квантовой теории поля, был затем искусно адаптирован для решения задач статистической физики и физики конденсированных сред, где показал свою исключительную эффективность. О том, как метод ренормализационной группы работает в теории критических явлений, и рассказывается в этой статье.

МЕТОД РЕНОРМГРУППЫ – ОСНОВЫ ИДЕОЛОГИИ

Итак, рассмотрим ферромагнетик в парамагнитной фазе. Будем считать его одноосным, то есть положим, что $\mathbf{m} = m\mathbf{e}_z$, где $\mathbf{e}_z$ – орт, направленный вдоль оси z. Как мы видели, вблизи T_C ферромагнетик представляет собой существенно нелинейную систему. Следовательно, квадратичное по m выражение для ΔF здесь, строго говоря, не работает. Чтобы учесть эффекты нелинейности, добавим к $a\mathbf{m}^2$ следующий член тейлоровского разложения ΔF:

$$\Delta F = a\mathbf{m}^2 + b\mathbf{m}^4, \tag{1}$$

получив выражение, лежащее в основе теории Ландау фазовых переходов II рода (см., например, [1, 2]). В критической области второе слагаемое в (1) и соответственно коэффициент b должны играть очень важную роль, поскольку коэффициент a при $T \longrightarrow T_C$ стремится к нулю.

Коэффициент b представляет собой константу связи, характеризующую силу взаимодействия критических флуктуаций друг с другом. Чтобы увидеть это, разложим флуктуирующую намагниченность $\mathbf{m}$ как функцию координат и времени в ряд Фурье, то есть будем рассматривать ее как сумму бесконечного числа синусоидальных волн (фурье-гармоник) с различными волновыми векторами $\mathbf{k}$ и частотами ω. В линейной среде такие волны распространялись бы свободно, не обмениваясь энергией, то есть не взаимодействуя между собой. Так ведут себя, например, электромагнитные волны в вакууме. Именно поэтому мы можем принимать раздельно, без взаимных помех, сотни радио- и телепрограмм и различать цвета окружающих предметов.

В нелинейной среде все обстоит иначе. Колебание частоты ω здесь неизбежно возбуждает колебания с кратными частотами, отдавая им свою энергию, а две волны с частотами ω_1 и ω_2 могут породить целый спектр комбинационных частот $l\omega_1 + n\omega_2$, где l и n – целые числа. Это значит, что в ферромагнетике волны флуктуаций намагниченности с разными $\mathbf{k}$ и ω будут взаимодействовать, обмениваясь переносимой энергией, или, как говорят, рассеиваться друг на друге. Такие процессы рассеяния удобно описывать, пользуясь квантовым языком, хотя обсуждаемые явления имеют чисто классическую природу. Обратимся к квантам волн критических флуктуаций (их можно назвать флуктуонами). Подобно квантам световых волн – фотонам, флуктуоны обладают энергией $\mathscr{E} = \hbar\omega$ и импульсом $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$, где $\hbar$ – постоянная Планка. При каждом элементарном акте рассеяния выполняются законы сохранения энергии и импульса, то есть суммарные энергия и импульс налетающих квантов равны суммарным энергии и импульсу рассеянных. Поскольку источником рассеяния является нелинейность среды, оно идет тем интенсивнее, чем нелинейность больше или, конкретно, чем больше константа b в формуле (1). Это и значит, что b играет роль параметра взаимодействия (константы связи) критических флуктуаций.

Как мы видели, по мере приближения к точке Кюри влияние нелинейности растет. Следовательно, флуктуации взаимодействуют все сильнее и сильнее и акты рассеяния флуктуонов происходят все чаще и чаще. В такой ситуации, очевидно, должна возрастать роль многократного рассеяния, вклад которого будет тем больше, чем ближе мы подойдем к T_C. Соответственно поведение ферромагнетика и, в частности, его нелинейные свойства будут определяться уже не затравочной или, как ее еще называют, голой константой связи b, а некоторым эффективным параметром взаимодействия, включающим в себя вклады процессов рассеяния сколь угодно высокой кратности.

Разберем этот очень важный момент подробнее. Нелинейный член в формуле (1) пропорционален $\mathbf{m}^4$ и порождает акты рассеяния четвертого порядка. Это значит, что в них участвуют четыре кванта: один квант может при рассеянии превратиться в три или, скажем, два кванта – в два. Остановимся на последнем варианте. Как уже отмечалось, в критической области оказываются существенными многоступенчатые процессы, при которых, рассеявшись один раз, кванты снова сталкиваются друг с другом, распадаются на три кванта, которые опять рассеиваются, и т.д., пока не возникнут два последних, "окончательных" флуктуона. Такие процессы удобно изображать в виде картинок (рис. 1), где линиям отвечают движущиеся частицы (кванты), а точкам – их столкновения. Эти картинки, называемые диаграммами Фейнмана, широко применяются в теоретической физике. Им соответствуют определенные математические выражения, с ними как с формулами можно совершать разные преобразования и т.п. [3, 4].

Итак, два конечных кванта можно получить из двух начальных безграничным числом способов, отличающихся друг от друга количеством промежуточных столкновений и типом движения участвующих в них частиц. Если теперь сложить все эти вклады, то получится величина, характеризующая эффективную, то есть реальную, силу взаимодействия флуктуаций и соответственно реальную нелинейность магнетика. Ее обозначают буквой g и называют эффективной или одетой константой связи. Через нее выражаются все основные физические величины, она играет ключевую роль в теории фазовых переходов.

Как же вычислить столь сложно устроенный объект? Ведь константа связи g задается набором бесконечного числа слагаемых, то есть представляет собой сумму ряда. Этот ряд является расходящимся, так как коэффициенты членов высоких порядков очень быстро растут с их номером – число разных способов, которыми можно рассеять кванты, столкнув их n раз, при $n \gg 1$ пропорционально $n!$. По мере подхода к T_C свойства ряда для g еще более ухудшаются, так как вклады каждого из $n!$ слагаемых тоже растут (усиливается роль нелинейности). Единственное, что вселяет оптимизм, – это то, что сама искомая величина конечна и, значит,

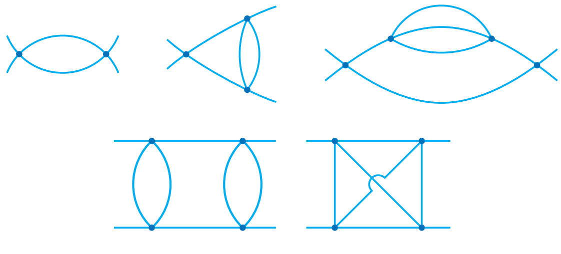

Рис. 1. Диаграммы Фейнмана, отвечающие процессам многократного рассеяния квантов критических флуктуаций друг на друге

как математический объект она существует. Действительно, хотя с приближением к точке Кюри определяемая константой g нелинейная восприимчивость системы увеличивается, на любом конечном удалении от T_C она остается ограниченной.

Вычислить g помогает именно сложность ее структуры. Рассмотрим один из многократных процессов рассеяния "два в два", при котором на каком-то промежуточном этапе возникают два кванта. Соответствующая диаграмма изображена на рис. 2, *а*. Разрежем эту диаграмму в том месте, где проходят две промежуточные частицы (его называют двухчастичным сечением), и посмотрим, что осталось справа и слева от него. Остались, как видно, диаграммы, снова отвечающие процессам рассеяния "два в два", но только более низких порядков. Теперь вспомним, что эффективная константа связи включает в себя диаграммы всех возможных типов. Это значит, что среди них всегда можно найти такую, которая содержит справа и слева от двухчастичного сечения два любых наперед заданных блока.

Сложим диаграммы, у которых слева стоит один и тот же блок, а справа — все возможные блоки, изображающие процессы рассеяния "два в два". Тогда справа мы получим сумму бесконечного числа членов, которая есть не что иное, как сама одетая константа связи g. Просуммировав далее диаграммы, содержащие все возможные блоки "два в два" слева от двухчастичного сечения и константу g справа от него, мы сможем набрать эффективную константу связи и в левой части. В результате вместо бесконечного набора слагаемых, каждый из которых зависит от затравочной константы связи b, мы будем иметь всего один член, зависящий от g.

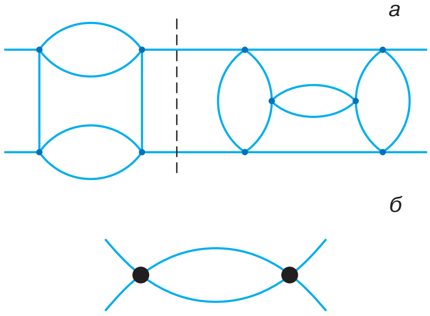

Рис. 2. *а* – процесс многократного рассеяния, дающий вклад в эффективную константу связи g, фейнмановская диаграмма которого имеет двухчастичное сечение (показано штриховой линией); справа и слева от этого сечения стоят блоки, также входящие в разложение g; *б* – однопетлевая диаграмма, возникающая в результате суммирования всех диаграмм типа *а*. Соответствующее ей математическое выражение зависит только от эффективной константы связи, которая изображена черным кружком

Соответствующая диаграмма приведена на рис. 2, *б*, где одетая константа связи g изображена черным кружком.

Все ли исходные диаграммы мы учли, выполнив описанное выше суммирование? Нет, не все. Можно показать, что эта эффектно выглядящая перегруппировка ряда все же оставляет его бесконечным. Очень важно, однако, то, что после такого частичного суммирования все члены ряда будут зависеть уже только от одетой константы связи и перестанут неограниченно расти при подходе к T_C. Такая замена голой константы связи на одетую называется перенормировкой. Если в результате этой процедуры затравочная константа связи полностью выпадает из формул для физических величин, измеряемых в эксперименте, то теории присваивают титул перенормируемой. Свойством перенормируемости обладает не каждая теория. Теория фазовых переходов II рода, к счастью, является перенормируемой.

УРАВНЕНИЕ РЕНОРМГРУППЫ, ФИКСИРОВАННЫЕ ТОЧКИ И УНИВЕРСАЛЬНОСТЬ

Итак, перенормировав исходное диаграммное разложение для g, мы выразили эффективную константу связи саму через себя. Это значит, что процедура перенормировки позволяет получить для g замкнутое уравнение. Это уравнение имеет вид

$$\frac{dg}{dt} = \beta(g), \qquad t = -c\ln\tau, \tag{2}$$

где $\tau = T/T_C - 1$ — приведенная температура, а константа $c > 0$. Оно называется уравнением ренормализационной группы. Стоящая в правой части этого уравнения функция $\beta(g)$ может быть найдена в виде ряда по степеням g примерно тем способом, который был схематически описан в предыдущем разделе. Предельно упрощенный вывод уравнения (2) можно найти в [2, гл. 6].

Уравнение ренормгруппы — это дифференциальное уравнение первого порядка, описывающее эволюцию g при изменении температуры. Особенно интересным для нас является поведение эффективной константы связи в области сильных флуктуаций, то есть в пределе $T \longrightarrow T_C$, которому отвечает $t \longrightarrow \infty$. Характер соответствующих асимптотик определяется видом функции $\beta(g)$, в частности числом и расположением на числовой оси ее корней. Действительно, если при каком-то значении своего аргумента $\beta(g)$ обращается в нуль, то, согласно уравнению (2), изменение константы связи с температурой прекращается и, следовательно, именно это значение g будет характеризовать поведение системы в критической области. Такие особые точки уравнения ренормгруппы принято называть фиксированными.

Как же выглядит функция $\beta(g)$? Расчет $\beta(g)$ в низшем или, как говорят, однопетлевом приближении дает

$$\beta(g) = (4 - D)g - g^2, \qquad (3)$$

где D – размерность системы. Обычным трехмерным кристаллам отвечает $D = 3$, тонким пленкам $D = 2$, нитям (цепочкам спинов) $D = 1$. Остановимся на наиболее распространенных трехмерных системах. При $D = 3$ корни функции (3) расположены в точках 0 и 1. Первой из них отвечает решение вида $g = 0$, то есть режим отсутствия эффективного взаимодействия критических флуктуаций. Он возможен, только если нет исходного, затравочного взаимодействия. Такой режим называют случаем свободного поля, а фиксированную точку $g = 0$ – гауссовской или тривиальной. Эта точка, как легко сообразить, не имеет отношения к критическому поведению реальных веществ – ведь затравочное взаимодействие (пусть слабое) есть всегда.

Значительно более интересна вторая фиксированная точка $g = 1$. Ей отвечает режим взаимодействующих флуктуаций, и, что особенно важно, она является устойчивой. Это значит, что с какого бы начального положительного значения ни началась эволюция эффективной константы связи, в пределе $T \longrightarrow T_C$ величина g станет равной 1. Действительно, пусть вдали от T_C $g = g_0$, причем $0 < g_0 < 1$. Тогда правая часть уравнения ренормгруппы будет положительной и g с ростом t будет расти, пока не достигнет значения $g = 1$. В противоположном случае, то есть при $g_0 > 1$, g с ростом t будет уменьшаться и опять-таки выйдет в фиксированную точку, но сверху. Эту фиксированную точку называют нетривиальной или вильсоновской по имени создателя современной теории критических явлений, лауреата Нобелевской премии 1982 года К. Вильсона (K.G. Wilson).

Итак, с какого бы начального значения ни началась эволюция g, она закончится в одной и той же – вильсоновской – фиксированной точке. Этот вывод очень важен с физической точки зрения. Дело в том, что начальные значения g – это те, которые она принимает вдали от T_C, где флуктуации малы и слабо взаимодействуют друг с другом. Там, очевидно, мал и вклад многократного рассеяния в g, то есть одетая константа связи практически совпадает с голой. Но голая константа связи является индивидуальной характеристикой материала – разные ферромагнетики имеют разные нелинейности вдали от точки Кюри. При подходе же к T_C, как мы видели, эффективная нелинейность выходит на некоторое универсальное значение, которое не зависит от b и определяется только видом уравнения ренормгруппы. Таким образом, в критической области различные материалы должны вести себя одинаково.

Этот вывод находится в прекрасном согласии с опытом. Еще в 60-х годах путем анализа многочисленных экспериментальных данных, полученных на ферро- и антиферромагнетиках, простых жидкостях и бинарных смесях, а также на сверхтекучем гелии, было установлено, что вид температурных зависимостей теплоемкости, восприимчивости и других физических величин вблизи T_C не зависит от конкретного материала, а определяется лишь размерностью системы D и числом компонент параметра порядка N. В случае одноосного ферромагнетика $N = 1$; для кубического кристалла, где намагниченность есть трехмерный вектор, $N = 3$; в жидком гелии, где возникающий ниже T_C сверхтекучий конденсат описывается комплексной волновой функцией, имеющей амплитуду и фазу, $N = 2$. Независимость вида критических асимптотик от материала и физической природы фазового перехода называют универсальностью критического поведения. Ренормгрупповой подход, как мы видели, естественным образом объясняет эту универсальность.

КАК ПОЛУЧАЮТСЯ ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Понимание качественных черт фазовых переходов II рода – очень важная вещь. Но не менее важно уметь рассчитывать количественные параметры критического поведения. Метод ренормгруппы оказался мощным инструментом для получения численных результатов.

Физические величины, характеризующие термодинамику и кинетику вещества, в окрестности T_C степенным образом зависят от приведенной температуры τ. Для восприимчивости χ, параметра порядка m и аномалии теплоемкости C, например, справедливы формулы

$$\chi = \chi_{\pm}|\tau|^{-\gamma}, \qquad m = m_0(-\tau)^{\beta}, \qquad C = C_{\pm}|\tau|^{-\alpha},$$

где α, β и γ – числа, называемые критическими индексами. Для одноосных ферромагнетиков ($N = 1$, $D = 3$) современный эксперимент дает $\gamma = 1{,}25$, $\beta = 0{,}3$ и $\alpha = 0{,}1$ при точности примерно 0,02–0,03. Ренормгрупповые же расчеты в самом грубом, однопетлевом, приближении ведут к $\gamma = 1{,}17$, $\beta = 0{,}29$ и $\alpha = 0{,}25$. Эти оценки вполне хорошие, особенно если учесть отсутствие в теории малого параметра: все величины в методе ренормгруппы вычисляются в виде рядов по степеням g, а одетая константа связи в критической области равна 1.

Можно ли увеличить точность теоретических предсказаний? Да, и весьма радикально. Для этого используются в основном два способа. Первый состоит в вычислении следующих членов ренормгрупповых разложений для β-функции и критических индексов. В 1977 году Дж. Бейкер, Б. Никел и Д. Мейрон нашли эти разложения в шестипетлевом приближении, что потребовало построения и расчета 1142 диаграмм Фейнмана. Приведем полученный ими ряд для β-функции, чтобы дать представление об этом выдающемся достижении:

$$\beta(g) = g - g^2 + 0{,}422\,496\,570\,7g^3 - 0{,}351\,069\,597\,8g^4 + \\ + 0{,}376\,526\,828\,3g^5 - 0{,}495\,547\,51g^6 + 0{,}749\,689g^7. \qquad (4)$$

Начиная с пятого члена, коэффициенты ряда растут, что отражает его расходимость. Однако, применяя известные методы суммирования расходящихся рядов, можно получить из разложений типа (4) высокоточные оценки критических индексов. Они очень хорошо согласуются как с результатами измерений на реальных физических объектах, так и с данными машинного моделирования.

Второй способ использует то обстоятельство, что в абстрактном пространстве четырех измерений задача о фазовом переходе решается асимптотически точно. Этот замечательный факт, обнаруженный А.И. Ларкиным и Д.Е. Хмельницким в 1969 году, легко усмотреть из уравнения ренормгруппы (2), (3). При $D = 4$ в выражении для β-функции остается только второе слагаемое, которое всегда отрицательно. Поэтому при $T \longrightarrow T_C$ величина g обязательно будет уменьшаться, пока не обратится в нуль – критическое поведение здесь управляется гауссовской фиксированной точкой, ибо она устойчива. Так как константа связи g оказывается в пределе $T \longrightarrow T_C$ сколь угодно малой, полученные в низшем порядке по g результаты будут асимптотически точными.

Как же теперь спуститься вниз по размерности в реальный трехмерный мир? Остроумный способ сделать это придумали в 1971 году К. Вильсон и М. Фишер. Они предложили решать задачу в пространстве $4 - \varepsilon$ числа измерений, где $\varepsilon \ll 1$. При этом, как видно из (2), (3), в вильсоновской фиксированной точке g становится равной ε и в теории возникает малый параметр, по которому можно разлагать физические величины. Если затем в результирующих формулах устремить ε к единице, то получатся численные оценки, относящиеся к реальным системам. Применение этой техники, названной ε-разложением и ставшей невероятно популярной, для вычисления, например, критического индекса восприимчивости уже во втором порядке по ε дает $\gamma = 1{,}22$. Расчеты же членов высших приближений (ε^3, ε^4 и ε^5) с последующей обработкой найденных рядов привели к оценкам критических индексов, которые лишь на несколько тысячных отличаются от результатов шестипетлевых ренормгрупповых вычислений в трех измерениях.

Закончить статью хотелось бы примером, показывающим, как соотносятся сегодня теория и эксперимент в физике критических явлений. Наиболее удобным объектом для точных измерений критических индексов является жидкий гелий-4 вблизи перехода в сверхтекучее состояние ($T_C = 2{,}18$ K). Гелий-4 легко очистить от примесей и изотопов, на сверхтекучий переход почти не влияет гравитационное поле Земли и т.д., поэтому детальное изучение его ведется с 50-х годов XX века. Последние измерения были выполнены в 1995 году [5] на космическом корабле “Шаттл” с тем, чтобы полностью исключить эффекты силы тяжести, при уровне термостатирования, который позволил подойти к T_C на расстояние в 2 нК (две миллиардные доли градуса!). Это дало возможность измерить аномалию теплоемкости гелия в диапазоне семи декад по τ и определить критический индекс α с невиданной доселе точностью. Он оказался равным $-0{,}012\,85 \pm 0{,}000\,38$. Метод ренормгруппы ($D = 3$, шестипетлевое приближение) для этого случая дает $\alpha = -0{,}007 \pm 0{,}006$.

Таким образом, наиболее точные экспериментальное и теоретическое значения α находятся в согласии, отличаясь друг от друга менее чем на суммарную погрешность их определения. Этот результат, однако, вряд ли стоит рассматривать как повод для успокоения. Скорее, уникальный эксперимент калифорнийской группы [5] – это вызов, брошенный теоретикам экспериментаторами. Дело в том, что впервые за последние 20 лет эксперимент по точности превзошел теорию, и намного. Кто поднимет перчатку? Ведь повысить точность имеющихся теоретических оценок можно лишь рассчитав ренормгрупповые функции в семи- или даже восьмипетлевом приближении. Речь идет о вычислении десятков тысяч фейнмановских диаграмм, за каждой из которых стоит 21- или 24-мерный интеграл, что представляет серьезную проблему даже для современных компьютеров. И все же, я думаю, такие расчеты будут проведены. Если следствием этих грандиозных вычислений будет дальнейшее сближение теории с экспериментом, мы увидим новый триумф метода ренормализационной группы. Если же нет, нам останется над чем поработать и в новом, XXI веке.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Каганов М.И., Цукерник В.М.* Природа магнетизма. М.: Наука, 1982. С. 112–117. (Б-чка “Квант”; Вып. 16).

2. *Смоленский А.Г., Боков В.А., Исупов В.А., Крайник Н.Н., Пасынков Р.Е., Соколов А.И., Юшин Н.К.* Физика сегнетоэлектрических явлений. Л.: Наука, 1985. 396 с.

3. *Фейнман Р.* КЭД – странная теория света и вещества. М.: Наука, 1988. 144 с. (Б-чка “Квант”; Вып. 66).

4. *Маттук Р.Д.* Фейнмановские диаграммы в проблеме многих тел. М.: Мир, 1969. 366 с.

5. *Lipa J.A., Swanson D.R., Nissen J.A., et al.* Heat Capacity and Thermal Relaxation of Bulk Helium Very Near the Lambda Point // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76, № 6. P. 944–947.

Рецензент статьи Б.А. Струков

* * *

Александр Иванович Соколов, доктор физико-математических наук, профессор Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета “ЛЭТИ”. Область научных интересов – теория критических явлений, методы квантовой теории поля, сегнетоэлектрические и магнитные фазовые переходы, сверхпроводимость, физика фуллеренов. Автор 170 научных работ, в том числе двух монографий.